

4. Projekt techniczny żebra

4.1 Schemat statyczny żebra

Schematem statycznym żebra jest belka ciągła trójprzęsłowa. Głębokość oparcia belki na ścianie wynosi $t = 0,2m$.

- ściana:

$$a = \min\{0,5h; 0,5t\} = \min\{0,5 \cdot 0,5m; 0,5 \cdot 0,2m\} = 0,10m$$

- żebro:

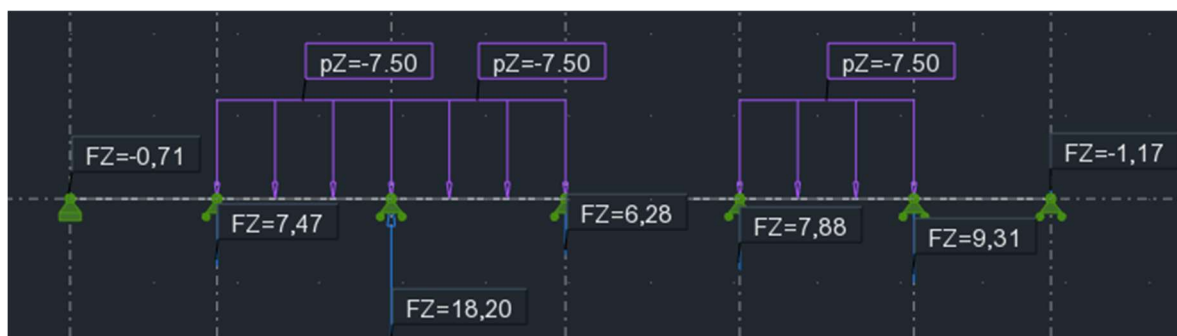
$$a = \min\{0,5h; 0,5t\} = \min\{0,5 \cdot 0,5m; 0,5 \cdot 0,35m\} = 0,175m$$

Rozpiętości obliczeniowe wynoszą:

$$l_{eff,1,3} = 5,80 - 0,175 + 0,10 + 0,175 = 5,90m$$

$$l_{eff,2} = 7,00 - 2 \cdot 0,175 + 2 \cdot 0,175 = 7,00m$$

Obciążeniem żebra są reakcje z płyty oraz ciężar własny żebra. Obciążenia wyznaczono za pomocą poniższych schematów statycznych:



$$g_k = 7,40 + 0,25 \cdot (0,5 - 0,1) \cdot 25 = 9,90 \text{ kN/}$$

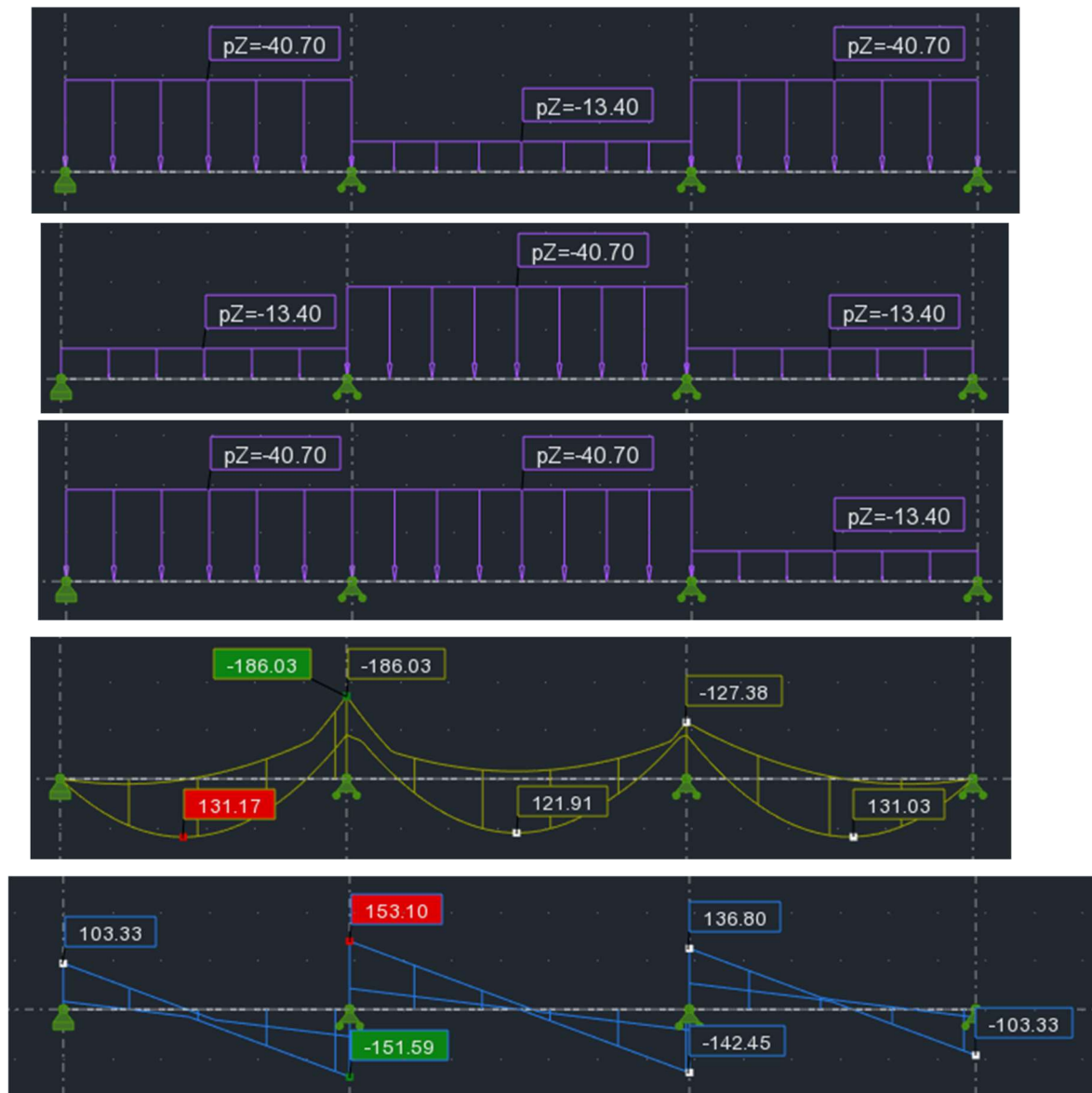
$$q_k = 18,20 \text{ kN/m}$$

kombinacje obciążeń:

$$1,35g_k + 1,5q_k = 1,35 \cdot 9,90 + 1,50 \cdot 18,2 = 40,7 \text{ kN/m}$$

$$1,35g_k + 0,0q_k = 1,35 \cdot 9,90 = 13,4 \text{ kN/}$$

Przypadki obciążeń i obwiednie sił wewnętrznych:



4.2. Wymiarowanie żebra ze względu na zginanie

4.2.1. Wymiarowanie w przęśle

Przęsła skrajne

Odległość pomiędzy miejscami zerowania się momentów

$$l_0 = 0,85 \cdot l_{eff} = 0,85 \cdot 5,9 = 4,93m$$

Odległość w świetle pomiędzy żebrami: $b = 2,25 - 0,25 = 2,00m$

Przyjęto półkę o równej długości z każdej strony: $b_1 = b_2 = \frac{b}{2} = \frac{2,00m}{2} = 1,00m$

$$b_{eff,1} = b_{eff,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2b_1 + 0,1l_0 \\ 0,2l_0 \\ b_1 \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2 \cdot 1,0 + 0,1 \cdot 4,93 = 0,693m \\ 0,2 \cdot 4,93 = 0,986m \\ 1,00m \end{array} \right\} = 0,693m \quad [(5.7a)$$

EC2]

$$b_{eff} = 2b_{eff,1} + b_w = 2 \cdot 0,693 + 0,25 = 1,64m \quad [(5.7) \text{ EC2}]$$

Odległość osi ciężkości zbrojenia rozciąganego do najbliższej krawędzi przekroju. Przyjęto 1 rząd zbrojenia

$$a_1 = c_{nom} + \phi_s + 0,5\phi = 0,030m + 0,008m + 0,5 \cdot 0,020m = 0,048m$$

Wysokość użyteczna przekroju

$$d = h - a_1 = 0,50 - 0,048 = 0,452m$$

$$\begin{aligned} \text{Sprawdzenie teowości przekroju } M_s &= f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f \cdot (d - 0,5h_f) = 17,9 \cdot 10^3 kN/m^2 \cdot 1,64m \cdot \\ &0,10m(0,452m - 0,5 \cdot 0,10m) = \\ &= 1180kNm > 131kNm = M_{Ed} \end{aligned}$$

Przekrój jest pozornie teowy

Bezwymiarowy współczynnik momentu zginającego

$$S_{c,eff} = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2} = \frac{131kNm}{17900 \frac{kN}{m^2} \cdot 1,64m \cdot (0,452m)^2} = 0,0218$$

Względna efektywna wysokość strefy ściskanej betonu

$$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot S_{c,eff}} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,0218} = 0,0220 < 0,50 = \xi_{eff,lim}$$

Wysokość strefy ściskanej betonu

$$x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d = 0,0220 \cdot 0,452m = 0,00994m$$

Wymagane pole przekroju zbrojenia rozciąganego ze względu na zginanie

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot x_{eff}}{f_{yd}} = \frac{17,9MPa \cdot 1,64m \cdot 0,00994m}{435MPa} = 6,74 \cdot 10^{-4}m^2 = 6,74cm^2$$

Minimalne pole powierzchni zbrojenia

$$A_{s1,min} = \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \\ 0,0013 b_t d \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \frac{2,6MPa}{435MPa} 0,25m \cdot 0,452m = 0,00018m^2 \\ 0,0013 \cdot 0,25m \cdot 0,452m = 0,00015m^2 \end{array} \right\} = 1,8cm^2$$

Całkowite wymagane pole powierzchni zbrojenia

$$A_{s1,req} = \max \left\{ \begin{array}{l} A_{s1} = 6,74cm^2 \\ A_{s1,min} = 1,8cm^2 \end{array} \right\} = 6,74cm^2 [9.2.1.1 EC2]$$

Przyjęto $3\phi 20, A_{s1,prov} = 9,42cm^2$

Maksymalne pole powierzchni zbrojenia

$$A_{s,max} = 0,04A_c = 0,04bh = 0,04 \cdot 25cm \cdot 50cm = 50cm^2 > A_{s1,prov} [9.2.1.1 EC2]$$

Odległość w świetle pomiędzy prętami:

$$s_l = \frac{b - 2c_{nom} - 2\phi_s - n\phi}{n} - 1 = \frac{0,25m - 2 \cdot 0,03m - 2 \cdot 0,008m - 3 \cdot 0,02m}{3 - 1} = 0,057m > 0,021m$$

$$= s_{l,min}$$

Przęsło środkowe

$$l_0 = 0,70 \cdot l_{eff} = 0,70 \cdot 7,0 = 4,90m$$

$$b = 2,25 - 0,25 = 2,00m$$

$$b_1 = b_2 = \frac{b}{2} = \frac{2,00m}{2} = 1,00m$$

$$b_{eff,1} = b_{eff,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2b_1 + 0,1l_0 \\ 0,2l_0 \\ b_1 \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2 \cdot 1,0 + 0,1 \cdot 4,90 = 0,690m \\ 0,2 \cdot 4,90 = 0,980m \\ 1,00m \end{array} \right\} = 0,690m [(5.7a)$$

EC2]

$$b_{eff} = 2b_{eff,1} + b_w = 2 \cdot 0,690 + 0,25 = 1,63m [(5.7) EC2]$$

Mgr inż. Piotr Bońkowski, Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Opolska
Konstrukcje Betonowe 1, semestr letni 2016/2017

$$d = 0,452m$$

$$\begin{aligned} \text{Sprawdzenie teowości przekroju } M_s &= f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot h_f \cdot (d - 0,5h_f) = 17,9 \cdot 10^3 kN/m^2 \cdot 1,63m \cdot \\ &0,10m(0,452m - 0,5 \cdot 0,10m) = \\ &= 1170kNm > 122kNm = M_{Ed} \end{aligned}$$

Przekrój jest pozornie teowy

Ze względu na zbliżone momenty, przyjęto zbrojenie jak w przęsle skrajnym $3\phi 20, A_{s1,prov} = 9,42cm^2$

4.2.2. Wymiarowanie na podporach

$$l_0 = 0,15 \cdot (5,9 + 7,0) = 1,94m$$

$$b = 2,00m$$

$$b_1 = b_2 = \frac{b}{2} = \frac{2,00m}{2} = 1,00m$$

$$0,2 \cdot 1,0 + 0,1 \cdot 1,94 = 0,394m$$

$$b_{eff,1} = b_{eff,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,2 \cdot 1,94 = 0,388m \\ 1,00m \end{array} \right\} = 0,394m [(5.7a) EC2]$$

$$b_{eff} = 2b_{eff,1} + b_w = 2 \cdot 0,394 + 0,25 = 1,04m [(5.7) EC2]$$

Moment w osi podpory $M_B = M_C = -186kNm$

Moment w licu podpor: $M_{Ed} = -186 + 152 \cdot 0,175 - 40,7 \cdot 0,175^2 \cdot 0,5 = -160kNm$

Pręty górne żebra są usytuowane pod zbrojeniem płyty

$$a_1 = c_{nom} + \phi_s + 0,5\phi = 0,030m + 0,008m + 0,5 \cdot 0,020m = 0,048m$$

Wysokość użyteczna przekroju

$$d = h - a_1 = 0,50 - 0,048 = 0,452m$$

$$S_{c,eff} = M_{Ed} / (f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2) = 0,160 / (17,9 \cdot 0,25 \cdot 0,452^2) = 0,175$$

$$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2S_{c,eff}} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,175} = 0,194$$

$$x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d = 0,194 \cdot 0,452 = 0,088m < 0,096m = 2 \cdot 0,048 = 2a$$

Nie trzeba uwzględniać podwójnego zbrojenia

4.2.3. Przyjęcie koncepcji zbrojenia

Przyjęto:

- w skrajnych przęsłach $3\phi 20 A_s = 9,42cm^2$
- w środkowym przęsle $2\phi 20 A_s = 6,28cm^2$
- nad podporą $6\phi 12 + 1\phi 20$ (jeden odgięty z przęsła) $A_s = 9,93cm^2$

4.3. Wymiarowanie żebra na ścinanie

Podpora A

Siła tnąca w osi podpory $V_{Ed,0} = 103kN$

Siła tnąca w odległości d od lica podpory:

$$V_{Ed,1} = V_{Ed,0} - (g_d + q_d) \cdot (a + d) = 103kN - 40,7kN/m \cdot (0,1 + 0,452)m = 80,5kN$$

Nośność przekroju bez zbrojenia na ścinanie [6.2.2(1) EC2]

$$V_{Rd,c} = \min\left\{ \frac{C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{(1/3)} + k_1 \sigma_{cp}}{v_{min} + k_1 \sigma_{cp}} b_w d \right\}$$

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c = 0,18 / 1,4 = 0,129 \text{ [uwaga do 6.2.2(1) EC2]}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{452}} = 1,67 \leq 2,0$$

Przyjęto 2φ20 dołem, $A_{s1,prov} = 6,29 \text{ cm}^2$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{6,29}{25} \cdot 45,2 = 0,00557$$

$$v_{min} = 0,035 k^3 / 2 f^1 / 2 c_k = 0,035 \cdot 1,66^3 / 2 \cdot 25^1 / 2 = 0,374$$

$$V_{Rd,c} = \min\left\{ \frac{(0,129 \cdot 1,67 (100 \cdot 0,00557 \cdot 25)^{(1/3)} + 0) 250 \cdot 452 = 61300 \text{ N}}{(0,364 + 0) 250 \cdot 502 = 45700 \text{ N}} \right\} = 58,6 \text{ kN}$$

$$< 80,5 \text{ kN} = V_{Ed,1}$$

Należy zbroić belkę ze względu na ścinanie:

Ramię sił wewnętrznych:

$$z = 0,9d = 0,9 \cdot 0,452 = 0,407 \text{ m}, l_{s,max} = 2 \cdot z = 2 \cdot 0,407 = 0,814 \text{ m}$$

Wymagany rozstaw strzemion

$$s_1 \leq \frac{A_{sw} f_{ywd} z c t g_1 \theta}{V_{Ed}} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 435 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,814 \text{ m}}{0,0805 \text{ MN}} = 0,440 \text{ m} \text{ [(6,8) EC2]}$$

Nośność krzyżulca betonowego:

$$v_1 = v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54 \text{ [(6.6N) EC2]}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{c t g \theta + \tan} = \frac{1,0 \cdot 0,25 \cdot 0,407 \text{ m} \cdot 0,54 \cdot 17900 \text{ kN/m}^2}{2} + 1/2 = 393 \text{ kN} > 81 \text{ kN} = V_{Ed,1} \text{ [(6.9)-(6.11), EC2]}$$

Maksymalny dopuszczalny rozstaw strzemion:

$$s_{l,max} = \min\left\{ \frac{A_{sw} f_{yk}}{0,08 \sqrt{f_{ck}} b_w \sin \alpha} \right\} = \min\left\{ \frac{1,0 \text{ cm}^2 \cdot 500}{0,08 \sqrt{25} \cdot 25 \cdot 1} = 50,0 \text{ cm} \right\} = 0,339 \text{ m} \text{ [(9.4)-(9.6)}$$

$$0,75 d (1 + c t g \alpha) \quad 0,75 \cdot 45,2 (1 + 0) = 37,7 \text{ cm}$$

EC2 (po przekształceniach)]

Przyjęto strzemiona w rozstawie 33 cm

Podpora B

Siła tnąca w osi podpory $V_{Ed,0} = 153 \text{ kN}$,

Siła tnąca w odległości d od lica podpory:

$$V_{Ed,1} = V_{Ed,0} - (g_d + q_d) \cdot (a + d) = 153 \text{ kN} - 40,7 \text{ kN/m} \cdot (0,175 + 0,452) \text{ m} = 127 \text{ kN}$$

Przyjęto górą, $A_{s1,prov} = 5,40 \text{ cm}^2$

$$V_{Rd,c} = 58,6 \text{ kN} < 127 \text{ kN} = V_{Ed,1}$$

Należy zbroić belkę ze względu na ścinanie:

Wymagany rozstaw strzemion

$$s_1 \leq \frac{A_{sw} f_{ywd} z c t g_1 \theta}{V_{Ed1}} = \frac{1 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 435 MN/m^2 \cdot 0,814 m}{0,127 MN} = 0,279 m [(6,8) EC2]$$

Nośność krzyżulca betonowego:

$$V_{Rd,max} = 393 kN > 127 kN = V_{Ed,1}$$

Dla maksymalnego rozstawu strzemion nośność na ścinanie wynosi:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{ywd} z c t g_1 \theta}{s_{l,max}} = \frac{1 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 435 MN/m^2 \cdot 0,814 m}{0,33 m} = 107 kN > V_{Rd,c}$$

Długość odcinka na którym wymagane jest zagęszczenie strzemion:

$$l_s = \frac{V_{Ed,0} - V_{Rd,s}}{g_d + q_d} - a = \frac{153 - 107}{40,7} - 0,175 = 0,955 m$$

4.4. Sprawdzenie ścinania na styku żebro-płyta

- Podpory skrajne

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x \cdot h_f} [(6.20) EC2]$$

$$\Delta x = 0,25 l_0 = 0,25 \cdot 4,93 = 1,23 m [6.2.4(3) EC2]$$

$$M_{Ed}(\Delta x) = R_A \Delta x + (g_d + q_d) \frac{\Delta x^2}{2} = 103 \cdot 1,23 - 40,7 \frac{1,23^2}{2} = 95,9 kNm$$

$$S_{c,eff} = \frac{M_{Ed}(\Delta x)}{f_{cd} b_{eff} d^2} = \frac{95,9}{17900 \cdot 1,64 \cdot 0,452^2} = 0,0160$$

$$\xi_{eff} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot S_{c,eff}} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,016} = 0,0161$$

$$x_{eff} = \xi_{eff} \cdot d = 0,0161 \cdot 0,452 = 0,00728 m < 0,1 m = h_f$$

$$\Delta F_d = b_{eff,1} \cdot x_{eff} \cdot f_{cd} = 0,693 \cdot 0,00728 \cdot 17900 = 90,3 kN$$

$$v_{Ed} = \frac{90,3}{1,23 \cdot 0,1} = 734 kPa = 0,734 MPa$$

$$k \cdot f_{ctd} = 0,4 \cdot 1,29 = 0,516 MPa < 0,734 MPa = v_{Ed} [6.2.4(6) EC2]$$

Wymagane jest dodatkowe zbrojenie ze względu na ścinanie:

$$\frac{A_{sf}}{s_f} = \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{f_{yd} \cdot c t g \theta_f} = \frac{0,734 \cdot 0,1}{435 \cdot 2} = 8,44 \cdot 10^{-5} m^2/m = 0,84 cm^2/m [(6.21) EC2]$$

Wymagane pole zbrojenia ze względu na zginanie płyty nad podporą wynosi: $\frac{A_{sb}}{s_b} = 2,02 cm^2/m$

Całkowite wymagane pole zbrojenia w płycie ze względu na ścinanie ze zginaniem wynosi [6.2.4(5) EC2]:

$$\frac{A_{st}}{s_t} = \max \left\{ \frac{A_{sb}}{s_b} + 0,5 \frac{A_{sf}}{s_f} = 2,02 + 0,5 \cdot 0,84 = 2,44 cm^2/m \right. \\ \left. \frac{A_{sf}}{s_f} = 0,84 cm^2/m \right\} = 2,44 cm^2/m$$

Zbrojenie górne płyty na podporze 2,17 cm^2/m a zbrojenie dolne wynosi 1,57 cm^2/m (całkowite zbrojenie 2,17 + 1,57 = 3,74 cm^2/m), zatem nie trzeba dodatkowo dozbrajać płyty ze względu na ścinanie (należy jednak pamiętać o odpowiednim zakotwieniu zbrojenia dolnego).

Nośność krzyżulca betonowego w półce wynosi:

$$v_{Rd,max} = v f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f = 0,54 \cdot 17,9 \cdot 0,89 \cdot 0,45 = 3,87 \text{ MPa} > 0,734 \text{ MPa} = v_{Ed}$$

- podpory pośrednie (wyznaczenie naprężeń metodą szybszą ale mniej ekonomiczną)

$$\beta = \frac{\beta_{eff,1}}{\beta_{eff}} = \frac{0,394}{1,04} = 0,379$$

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed,1}}{z h_f} = 0,379 \frac{127}{0,814 \cdot 0,1} = 0,645 \text{ MPa} > 0,516 \text{ MPa} = k \cdot f_{ctd}$$

Wymagane jest dodatkowe zbrojenie ze względu na ścinanie:

$$\frac{A_{sf}}{s_f} = \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{f_{yd} \cdot ctg \theta_f} = \frac{0,645 \cdot 0,1}{435 \cdot 1,25} = 1,19 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 1,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\frac{A_{st}}{s_t} = \max \left\{ \frac{A_{sb}}{s_b} + 0,5 \frac{A_{sf}}{s_f} = 2,02 + 0,5 \cdot 1,19 = 2,44 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \frac{A_{sf}}{s_f} = 1,19 \text{ cm}^2/\text{m} \right\} = 2,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Należy pamiętać o odpowiednim zakotwieniu zbrojenia dolnego jak przy podporze skrajnej